

SPIS TREŚCI

Wykaz ważniejszych oznaczeń	9
1. Wprowadzenie.....	13
2. Siły elektrodynamiczne pochodzące od doprowadzeń prądu do styków	20
2.1. Wstęp	20
2.2. Obliczenia sił elektrodynamicznych w układach torów prądowych modelowanych odcinkami nieskończenie cienkimi.....	21
2.2.1. Obliczenia sił elektrodynamicznych dla szczególnych przypadków torów prądowych	25
2.2.2. Obliczenia sił elektrodynamicznych dla torów prądowych wybranych łączników	33
2.3. Obliczenia sił elektrodynamicznych przy uwzględnieniu profili torów prądowych.....	39
2.3.1. Przypadek torów prądowych nieskończenie długich	39
2.3.2. Przypadek torów prądowych o skończonej długości	42
2.3.3. Obliczenia sił elektrodynamicznych dla wybranych torów prądowych o określonym profilu.....	47
3. Siły elektrodynamiczne w zestyku.....	59
3.1. Siły odrzutu elektrodynamicznego w zestyku zamkniętym.....	59
3.2. Siły elektrodynamiczne w zestyku otwartym	65
3.2.1. Siły działające na łuk, pochodzące od styków i doprowadzeń prądu do styków.....	65
3.2.1.1. Siły elektrodynamiczne działające na stopę łuku, znajdującą się na elektrodzie o przekroju prostokątnym	65
3.2.1.2. Siły elektrodynamiczne działające na łuk palący się między dwiema równoległymi elektrodami o przekroju prostokątnym.....	74
3.2.2. Siły elektrodynamiczne wynikające z istnienia własnego pola magnetycznego łuku.....	83
3.2.2.1. Siły elektrodynamiczne wynikające z istnienia zjawiska „pincz-efektu”.....	83
3.2.2.2. Siły elektrodynamiczne wynikające z krzywizny kolumny łuku.	102
4. Siły elektrodynamiczne wywołujące ruch łuku na rożkach gaszeniowych	116
4.1. Wstęp.....	116
4.2. Symulacja ruchu łuku na rożkach gaszeniowych	116
4.2.1. Modele łuku	116
4.2.2. Matematyczny opis ruchu łuku	119
4.2.3. Komputerowa symulacja ruchu łuku na elektrodach walcowych.....	122
4.2.4. Komputerowa symulacja ruchu łuku na elektrodach prostokątnych	126
4.3. Eksperymenty weryfikacyjne	130
5. Analiza pól magnetycznych, sił elektrodynamicznych i trajektorii ruchu łuku w płytkowych komorach gaszeniowych.....	139
5.1. Wstęp.....	139

5.2. Obliczenia sił elektrodynamicznych i trajektorii ruchu łuku oparte o metodę odbić zwierciadlanych	140
5.2.1. Siły elektrodynamiczne przy zbliżaniu się łuku do ferromagnetycznych płytek komory gaszeniowej	140
5.2.1.1. Płytki prostokątne bez wycięć.....	140
5.2.1.2. Płytki prostokątne z wycięciem w kształcie klina	142
5.2.1.3. Wyniki pomiarów sił dla płytek prostokątnych bez wycięć i z wycięciami w kształcie klina	147
5.2.1.4. Trajektorja ruchu łuku w kierunku płytki z wycięciem w kształcie klina	161
5.2.1.5. Obliczenia dla płytek prostokątnych z wycięciem w kształcie prostokąta	164
5.2.1.6. Wyniki pomiarów sił dla płytek prostokątnych bez wycięć i z wycięciami w kształcie prostokąta.....	168
5.2.1.7. Trajektorja ruchu łuku w kierunku płytki z wycięciem w kształcie prostokąta	174
5.2.2. Siły elektrodynamiczne i trajektorie ruchu łuku palącego się między ferromagnetycznymi płytkami komory gaszeniowej.....	176
5.2.2.1. Obliczenia dla płytek w kształcie klina.....	176
5.2.2.2. Obliczenia dla płytek prostokątnych.....	178
5.3. Obliczanie sił elektrodynamicznych i trajektorii ruchu łuku oparte o metody elementów skończonych i brzegowych	183
5.3.1. Model obliczeniowy	183
5.3.2. Obliczanie sił działających na łuk oraz wyznaczanie trajektorii ruchu łuku metodą elementów skończonych	185
5.3.3. Obliczenia sił działających na łuk oraz wyznaczenie trajektorii ruchu łuku metodą elementów brzegowych.....	187
5.3.4. Trajektorie ruchu łuku na ferromagnetycznych płytkach gaszeniowych z wycięciami o wybranych kształtach	190
6. Zastosowanie analizy sił elektrodynamicznych do obliczeń układu stykowo-gaszeniowego łącznika mechanicznego.....	198
6.1. Wprowadzenie.....	198
6.2. Obliczenia początkowego i granicznego prądu szepienia.....	199
6.3. Siły występujące w torze prądowym łącznika	200
6.4. Analiza sił elektrodynamicznych działających na łuk	205
6.5. Podsumowanie.....	207
7. Elektromagnesy.	209
7.1. Wprowadzenie.....	209
7.2. Obliczanie sił napędowych elektromagnesów	210
7.2.1. Obliczanie elektromagnesów prądu stałego.....	213
7.2.1.1. Wstęp.	213
7.2.1.2. Wyznaczenie punktów statycznej charakterystyki napędowej elektromagnesu.....	218
7.2.1.3. Wyznaczanie niezbędnej wartości siły magnetomotorycznej ...	222
7.2.1.4. Konstruktorskie metody wyznaczania sił napędowych.....	223
7.2.2. Obliczanie elektromagnesów prądu przemiennego	232
7.2.2.1. Wprowadzenie.....	232

7.2.2.2. Metoda schematu zastępczego elektromagnesu.....	235
7.2.2.3. Metoda charakterystyk eksperymentalnych	242
7.2.2.4. Obliczenia statycznych charakterystyk napędowych elektromagnesów za pomocą pakietu Maxwell	245
7.2.3. Obliczanie dynamicznych sił napędowych elektromagnesów prądu przemiennego.....	254
7.2.3.1. Symulacja procesu załączania stycznika za pomocą pakietów Maxwell i MathCad.....	254
7.2.3.2. Symulacja procesu załączania stycznika za pomocą pakietu Flux.	258
7.2.4. Komputerowy system pomiarowy do weryfikacji wyników obliczeń parametrów dynamicznych styczników	269
7.2.4.1. Układ pomiarowy i metodyka badań	269
7.2.4.2. Program komputerowy do wykonywania pomiarów i sterowania nimi	272
7.2.4.3. Wyniki pomiarów.....	272
7.2.5. Porównanie wyników obliczeń i pomiarów parametrów dynamicznych styczników.....	275
7.3. Nowe prace związane z modelowaniem elektromagnesów napędowych łączników	282
8. Wybrane nowe konstrukcje aparatów, w których wykorzystano działanie sił elektrodynamicznych.....	284
8.1. Ograniczniki prądu z ciekłym metalem.....	284
8.1.1. Wstęp.....	284
8.1.2. Budowa i zasada działania ogranicznika z ciekłym metalem poruszającym się między równoległymi elektrodami	285
8.1.3. Ograniczenie prądu oparte o wykorzystanie zjawiska „pincz-efektu”..	287
8.2. Ultraszybkie wyłączniki ograniczające.....	290
LITERATURA	294
SUMMARY	306

WYKAZ WAŻNIEJSZYCH OZNACZEŃ

a	– odległość osi toru prądowego (łuku) od mas ferromagnetycznych (od krawędzi płytek gaszeniowych lub wierzchołka kąta ich wycięcia)
a_{max}, a_{min}	– przyśpieszenie maksymalne i minimalne elementu ruchomego
a_p	– wysokość wycięcia prostokątnej płytki gaszeniowej
A	– potencjał wektorowy
A, A_i, A_j	– składowe potencjału wektorowego
b	– szerokość płytki gaszeniowej
B	– wektor indukcji magnetycznej
B_δ	– indukcja w szczelinie powietrznej
c_p	– ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu
c_v	– ciepło właściwe przy stałej objętości
C	– współczynnik oporu powietrza
D, D_1	– średnice zewnętrzne
D_t	– współczynnik tarcia
E	– natężenie pola elektrycznego
e	– ładunek elektronu
E_e	– energia elektryczna
E_k	– energia kinetyczna
F	– siła
F_b	– siła bezwładności
F_d	– siła elektrodynamiczna w dwunożowym biegunie łącznika
F_e	– siła elektrodynamiczna działająca na łuk
F_{el}	– siła elektrodynamiczna wynikająca z geometrii toru prądowego
$F_{el.od}$	– siła elektrodynamicznego odrzutu styków
F_g	– siła grawitacji
F_m	– siła odpowiadająca strumieniowi magnetycznemu ϕ_m
F_o, F_{op}	– siły oporu
F_{pz}	– siła odpowiadająca strumieniowi ϕ_{pz}
F_{smax}	– siła szepienia maksymalna
F_t	– siła styczna w biegunowym układzie współrzędnych
F_x, F_y, F_z	– składowe wektora siły elektrodynamicznej w prostokątnym układzie współrzędnych
F_z	– docisk zestykowy roboczy
F_i	– wektor siły elektrodynamicznej działającej na i-tą elektrodę
F_p	– sprężyste siły par metali, pojawiające się przy parowaniu lub wybuchu mostka stykowego
F_s	– siła ściskania mostka metalicznego

F_ρ	– siła promieniowa (normalna) w biegunowym układzie współrzędnych
F_l	– siła ciągnąca łuk w kierunku ferromagnetycznych płytek
F_2, F_2', F_2''	– siły wynikające z istnienia masy ferromagnetycznej
F_3, F_3'	– siły wynikające z istnienia pętli toru prądowego i łuku
g	– średni odstęp geometryczny połączonych przewodów
g_p	– odstęp między płytkami gaszeniowymi
G	– permeancja
h	– wysokość przewodu, wysokość płytki gaszeniowej
h_a	– odległość stopy anodowej od miejsca zapłonu
H	– natężenie pola magnetycznego
H_m	– wartość maksymalna natężenia pola magnetycznego
H_{sr}	– średnie natężenie pola magnetycznego
H_x, H_y, H_z	– składowe wektora natężenia pola magnetycznego w prostokątnym układzie współrzędnych
H_{xp}, H_{yp}, H_{zp}	– pole magnetyczne wytwarzane przez elektrodę z punktowym wpływem prądu w odległości p od tej elektrody
H_t	– składowa styczna pola magnetycznego w biegunowym układzie współrzędnych
H_ρ	– składowa normalna pola magnetycznego w biegunowym układzie współrzędnych
H_B	– twardość materiału styków
i, I	– prądy
i_m, I_m	– wartość maksymalna prądu
I_{nc}	– znamionowy prąd ciągły
I_{ne}	– znamionowy prąd łączeniowy
i_{s0}	– początkowy prąd szepienia
i_{sg}	– graniczny prąd szepienia
I_{sz}	– znamionowy prąd załączalny zwarciov
i_x, i_y	– składowe wektora prądu
i, j, k	– wektory jednostkowe w prostokątnym układzie współrzędnych
J	– gęstość prądu
J_R	– całkowita energia promieniowania plazmy na jednostkę objętości
l	– długość elementu łuku
l_j	– długość j -ego elementu brzegowego
l_p	– grubość pakietu płytek gaszeniowych
l_{zn}	– długość n -tego odcinka drogi strumienia w żelazie
L	– długość przewodu
L_z	– indukcyjność zwoju zwartego

M	– masa
M	– indukcyjność wzajemna
m_i	– masa elementu łuku
M_k	– masa k -tego składnika plazmy
\mathbf{n}_j	– wektor normalny do j -tego elementu brzegowego
n_k	– koncentracja k -tego składnika plazmy
n_z	– liczba zwojów cewki
p	– odległość punktu, w którym obliczane jest pole magnetyczne
p_k	– ciśnienie k -tego składnika plazmy
P_p	– ciśnienie promieniowania
P	– ciśnienie gazodynamiczne
P_e	– moc elektryczna zasilania elektromagnesu
P_I	– punkt przecięcia nici prądowej z
$r_{i,j,k}$	– odległość w układzie współrzędnych $Oijk$
r_i	– promień kolumny łuku
\mathbf{r}_o	– wektor określający pozycję punktu pola w odniesieniu do ogólnego układu współrzędnych
\mathbf{r}_p	– wektor określający pozycję początku "elektrodowego układu współrzędnych"
r_s	– reluktancja dróg rozproszenia
r_{szcz_min}	– najmniejszy promień powierzchni szczenia
r_{zn}	– reluktancja n -tego odcinka drogi w żelazie
r'	– łączna reluktancja szczelin zewnętrznych
q	– przestrzenny ładunek elektryczny
R_μ	– reluktancja obwodu magnetycznego
R_z	– rezystancja zwoju zwartego
s	– szerokość styku (elektrody), szerokość wycięcia płytki gaszeniowej
S	– droga łuku
S_N	– pole powierzchni bieguna elektromagnesu
s_s	– powierzchnia styczności
s_{szcz}	– powierzchnia szczenia
S_x, S_y, S_z	– drogi łuku w kierunku odpowiednich osi współrzędnych
S_{zn}	– przekrój żelaza n -tego odcinka drogi strumienia w żelazie
t	– czas
T	– temperatura
T_0	– czas bezruchu
T_r	– czas ruchu
T_s	– czas załączania
T_a	– czas trwania odskoków
T_d	– czas występowania odskoków
u	– prędkości plazmy

$u(t)$	– napięcie zasilania cewki elektromagnesu
$u_z(t)$	– napięcie na stykach stycznika
$u_v(v,t)$	– napięcie zależne od prędkości elementu ruchomego stycznika
v	– prędkość
W_{chem}	– energia związana z reakcjami chemicznymi
W_E	– energia związana z polem elektromagnetycznym
W_m	– energia zmagazynowana w polu magnetycznym elektromagnesu
z	– liczba zwojów
Z	– liczba ładunków
α	– kąt wycięcia płytki gaszeniowej
δ	– grubość elektrody, szczelina powietrzna
δ_p	– grubość płytki gaszeniowej
Δs	– odległość stopy łuku od krawędzi płytki gaszeniowej
ϵ_M	– energia całkowita plazmy przypadająca na jednostkę masy
φ	– współrzędna biegunowa
ϕ_c	– strumień wytwarzany przez cewkę elektromagnesu
ϕ_{pz}	– strumień wytwarzany przez zwój zwarty elektromagnesu
ϕ_δ	– strumień w szczelinie elektromagnesu
Φ_δ	– strumienia w szczelinie roboczej
Ψ	– strumień skojarzony
Γ	– brzeg płytki gaszeniowej
λ	– przewodność cieplna materiału styków
μ	– przenikalność magnetyczna
θ_t	– temperatura topnienia materiału styków
θ	– napięcie magnetyczne (przepływ)
ρ_{Cu}	– rezystywność materiału styków
ρ_k	– gęstość k -tego składnika plazmy
σ	– współczynnik charakteryzujący wypełnienie komory gaszeniowej ferromagnetykiem
τ	– tensor naprężeń
ζ	– współczynnik uwzględniający odkształcenia sprężyste materiału styków
ξ	– współczynnik lepkości objętościowej

1. WPROWADZENIE

Termin „elektrodynamika techniczna”, upowszechniony przez Turowskiego [202], dotyczy oddziaływania pól magnetycznych z elektrycznymi w urządzeniach elektrycznych, a szczególnie związany jest z analizą sił elektrodynamicznych. Niniejsza monografia dotyczy elektrodynamiki wybranych urządzeń – aparatów elektrycznych (np. łączników, elektromagnesów napędowych łączników, ograniczników prądu). Analiza sił elektrodynamicznych w łącznikach elektrycznych prowadzona jest z kilku powodów. Po pierwsze, oblicza się te siły w zakłóceńowych stanach pracy w celu doboru np. sił docisku styków, układów blokujących czy w celu określenia dodatkowego obciążenia napędu łącznika. Prąd płynący przez łącznik w czasie zwarcia może przekraczać setki razy prąd znamionowy, a więc siły elektrodynamiczne mogą być dziesiątki tysięcy razy większe od sił występujących w znamionowych warunkach pracy. Może to doprowadzić m.in. do odskoków styków i ich szepienia, uniemożliwiającego dalszą poprawną pracę łącznika.

Znajomość sił elektrodynamicznych potrzebna jest też do obliczeń sił i naprężeń działających na wsporniki i inne elementy torów prądowych, mocowanych do zacisków przyłączowych łączników. Konstruktorzy przeprowadzają te obliczenia w celu doboru przekroju torów, długości przeseł i sposobu mocowania torów, a także w celu doboru liczby i wytrzymałości wsporników oraz elementów mocujących.

Oprócz opisanego wyżej negatywnego działania sił elektrodynamicznych, trzeba pamiętać także, że siły te mogą spełniać pozytywną rolę, mianowicie odpowiednie ukształtowanie styków może zwiększać na przykład wytrzymałość elektrodynamiczną łącznika, a odpowiednie ukształtowanie układu stykowo gaszeniowego może znacznie zwiększyć jego zdolność łączeniową. Bardzo wyraźnie widać pozytywną rolę sił elektrodynamicznych w przypadkach wykonania elementów mocujących styki w postaci równoległych szyn, silniej przyciągających się przy przepływie dużego prądu zwarciovego, co utrudnia powstanie odskoków styków. Jako inny przykład można podać te łączniki ograniczające, w których napęd, otwierający styki podczas zwarcia, wspomagany jest przez zjawisko odrzutu elektrodynamicznego styków. W tym przypadku siły elektrodynamiczne odgrywają pozytywną rolę, bo doprowadzają do gwałtownego otwierania się łącznika, przez co przerwa zestykowa i długość łuku zwiększa się tak szybko, że w krótkim czasie następuje wtrącenie do wyłączanego obwodu dużej rezystancji łuku, ograniczenie prądu w obwodzie i łatwiejsze przerwanie przepływu prądu.

Znajomość pól magnetycznych i sił elektrodynamicznych jest także niezbędna do analizy zjawiska gaszenia łuku elektrycznego wywołanego ruchem łuku elektrycznego w układzie stykowo gaszeniowym łącznika m.in. [3,4]). Prędkość ruchu łuku, zależna m.in. od siły elektrodynamicznej wywołującej ten

ruch, wpływa na przebieg napięcia łuku, czas łukowy wyłączeniowy, oraz energię wydzieloną w łuku, a więc na trwałość łączeniową i niezawodność łącznika. Analiza prędkości ruchu łuku pozwala na ocenę materiałów na styki, rozżki i komory gaszeniowe, oraz daje pogląd na zdolność łączeniową układu gaszeniowego.

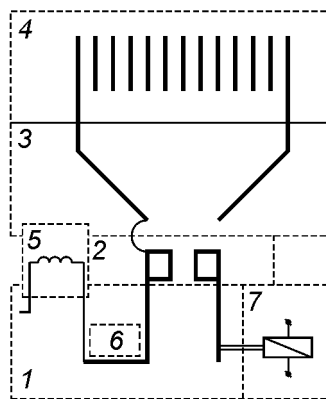
Badania teoretyczne ruchu łuku łączeniowego, których podstawą są obliczenia sił elektrodynamicznych wywołujących ten ruch, rozpoczęto na początku lat pięćdziesiątych głównie w odniesieniu do ruchu stóp łuku po elektrodach [47]. Przez wiele następných lat badania ruchu łuku miały charakter przede wszystkim eksperymentalny, a wzory teoretyczne przytaczano tylko, np. [55], powołując się na [47]. W ostatnim dwudziestoleciu zaczęły pojawiać się publikacje, które wskazują, że naukowcy zainteresowali się teoretycznym opisem ruchu łuku w celu jego komputerowej symulacji, np. [15,96,132,157]. Prace te (często rozszerzane o eksperymentalne sprawdzanie wyników teoretycznych rozważań) dotyczą poszczególných podzespołów łączników np. zestyków [133÷135,175] czy rozżków gaszeniowych, komory gaszeniowej i pola własnego łuku [84,107,108,210]. Własny wkład pracy autora w tym zakresie stanowi publikacja [179], w której na podstawie przeprowadzonej analizy i syntezy wyników badań literaturowych i własnych opracowano programy komputerowe do obliczeń związanych z ruchem łuku łączeniowego. Programy te umożliwiają obliczanie sił elektrodynamicznych napędzających łuk, wyznaczanie trajektorie ruchu łuku na stykach i płytkach komór gaszeniowych oraz symulację ruchu łuku w modelowych układach elektrod.

Trzeba nadmienić, że coraz częściej spotyka się doniesienia o symulacji ruchu łuku w łącznikach rzeczywistych. Początkowo były to informacje pojedyncze, traktujące problem w sposób bardzo uproszczony, bo dotyczyły jedynie walcowego modelu łuku. W związku z tym mogły one być obciążone nieraz znacznymi błędami. Obecnie stosuje się bardziej rozbudowane profesjonalne pakiety komputerowe (m.in. Fluent) [21,81,85,86,106,157], które pozwalają analizować zjawiska przy użyciu równań magneto hydrodynamicznych. Chociaż próby zastosowania tych równań do opisu zjawisk w aparatach są podejmowane od pewnego czasu [131], to świadome stosowanie tych równań nie jest jednak powszechne, gdyż zarówno konstrukcja modelu jak i dobór parametrów potrzebnych do obliczeń nie jest sprawą prostą.

Analiza elektrodynamiki łuku wnosi wiele nowych informacji na temat symulacji ruchu łuku, mogącej usprawnić optymalizację nowo projektowanych i istniejących już łączników, co jest problemem nie tylko konstrukcyjnym czy technologicznym, ale i ekonomicznym.

Zupełnie odrębnym problemem jest analiza sił, związanych z napędami elektro-magnetycznymi, omówiona w rozdziale 7.

Materiał niniejszej monografii jest podzielony na części, w których omawiane są siły elektrodynamiczne, wytwarzane przez poszczególne zespoły układu stykowo gaszeniowego oraz napęd łącznika (rys. 1). Choć zasady działania elektromagnesowego wyzwalacza zwarcowego i napędu elektromagnesowego są podobne, to na schemacie oba te elementy wyróżniono, bo wyzwalacz jest projektowany do działań incydentalnych pod wpływem prądu zakłóceniewego, a napęd projektuje się dla warunków roboczych. Natomiast w schemacie pominięto elektromagnesowy wyzwalacz wzrostowy (tzw. wybijakowy), w którym także wykorzystuje się siłę elektromagnetyczną, ale jego budowa i zasada działania jest podobna jak w przypadku napędu elektromagnesowego.



Rys. 1. Podział układu stykowo-gaszeniowego łącznika na strefy z odpowiednimi podzespołami, wytwarzającymi pole magnetyczne: 1 – strefa doprowadzeń prądu do styków, 2 – strefa styków, 3 – strefa rożków gaszeniowych, 4 – strefa komory gaszeniowej, 5 – strefa cewki wydmuchowej, 6 – strefa wyzwalacza elektromagnetycznego, 7 – strefa napędu elektromagnetycznego

Komorę gaszeniową 4 przedstawiono jako płytkową, bo może ona być stosowana zarówno w łącznikach prądu stałego jak i przemiennego. Ze względu na to, że nie będą tu analizowane siły elektrodynamiczne, wywołujące ruch łuku w komorach gaszeniowych szczelinowych np. [58], charakterystycznych dla łączników prądu stałego, to cewka wydmuchowa 5 nie będzie tu rozważana.

Zdecydowano się także rozdzielić zespoły zestyku 2 i doprowadzeń prądu do styków 1 (które w stanie zamknięcia styków mogą stanowić jeden zespół toru prądowego łącznika), bo w chwilach zamykania i otwierania styków pojawiają się zjawiska inne niż tylko przewodzenie prądu, jak to ma miejsce w pozostałych częściach toru prądowego.

Strefa 1 obejmuje doprowadzenia prądu do styków. Obliczenia sił elektrodynamicznych działających na łuk, pochodzących od doprowadzeń mogą być uproszczone poprzez przyjęcie skupionego przepływu prądu w osi tych doprowadzeń. W miarę zbliżania się doprowadzeń do styków i łuku, kształty i przekroje tych doprowadzeń zaczynają odgrywać coraz większą rolę w rozkładzie pola magnetycznego, a więc i sił działających na łuk. Obliczenia stają się bardziej złożone i wydłuża się znacznie czas obliczeń.

Strefę 2 stanowią styki łącznika. Wyróżnić tutaj trzeba trzy stany pracy określone przez: zamykanie się styków, zamknięcie styków (czyli stan przewodzenia) oraz otwieranie się styków. W stanie zamknięcia (a także „zamykania na zwarcie”) głównymi zjawiskami związanymi z siłami elektrodynamicznymi są odskoki elektrodynamiczne styków.

W stanie otwarcia, pola elektromagnetyczne i siły elektrodynamiczne rozważa się głównie ze względu na ich oddziaływanie na łuk elektryczny. Oddziaływanie to powoduje zmiany kształtu łuku i ruch łuku. Odstęp między stykami jak i ich odległość od łuku są małe i dlatego wpływ kształtu i przekroju styków na ruch łuku jest bardzo duży. Nowym zjawiskiem, które należy tu uwzględnić (w porównaniu z obszarem 1) jest praktycznie punktowy wypływ prądu z elektrody do łuku. Zmienia to rozptyw prądu w elektrodzie tak, że nie można już przyjąć jego stałej gęstości, co komplikuje obliczenia pola elektromagnetycznego tak poważnie, że nie udało się otrzymać rozwiązania analitycznego opisującego składową pola elektromagnetycznego wzdłużną z osią elektrody.

Drugim zjawiskiem, które może skomplikować problem w tym obszarze jest wyboczenie się łuku w tych przypadkach, gdy przerwa zestykowa jest duża. Wówczas, oprócz sił pochodzących od pola elektromagnetycznego elektrod, na łuk zaczynają działać siły od własnego pola elektromagnetycznego. Nawet dla małych przerw zestykowych (<1cm) założenie, że łuk stanowi prostoliniowy pręt jest słuszne tylko w chwili powstania łuku, bo zaraz potem rozkład sił jest taki, że części łuku przy elektrodach powinny otrzymać duże przyśpieszenie, a kształt prostoliniowy powinien przejść w łukowy. Nastąpić to może tylko wtedy, gdy przyjmie się jednakową gęstość plazmy łuku. Jeżeli założyć, że gęstość par metalu w łuku jest większa przy elektrodach to plazma tam jest cięższa, i efekt występowania większych sił będzie osłabiony. Nie jest wyjaśniony także do końca problem zatrzymywania się łuku, czy „tarcia” jego stóp o elektrody. W rozważaniach przyjęto styki płaskie. Gdyby założyć, że ich powierzchnia charakteryzuje się określoną krzywizną, to należy spodziewać się wykrzywienia łuku w jego środkowej części jeszcze przed opuszczeniem przez niego przerwy zestykowej, co zostało stwierdzone w nie publikowanych przez autora wynikach jego badań ruchu łuku za pomocą superszybkiej kamery filmowej.

Strefę 3, obejmującą rozki gaszeniowe, wyróżniono dlatego, że chociaż i tutaj występuje duży wpływ elektrod na ruch stóp łuku, to jednak dochodzi tu bardzo silne samoodziaływanie łuku, jeśli pali się on swobodnie, w szerokim obszarze. Rozpoczyna się to po pojawieniu się początkowych wykrzywień łuku (wynikających np. z nierównomierności sił, działających na kolumnę łuku), które mogą przejść następnie w silne deformacje. Deformacje te mogą spowodować takie zbliżenie się poszczególnych części łuku, że nastąpi ich połączenie i skrócenie przez to długości łuku. Są to trudne do matematycznego opisanie zdarzenia stochastyczne.

Strefa 4, obejmująca metalowe płytki komory gaszeniowej nie może być rozpatrywana jako podobna do strefy 2, chociaż w obu tych przypadkach występują łuki krótkie, a to z tego powodu, że płytki mogą być wykonane z materiału ferromagnetycznego.

Rozkład pola elektromagnetycznego i obliczanie sił elektrodynamicznych są tu dodatkowo skomplikowane wskutek nieprostoliniowego ułożenie łuków między kolejnymi płytkami.

Strefa 5 odnosi się do cewki wydmuchowej. Jeżeli jest ona stosowana w łączniku, to może przez nią płynąć prąd toru prądowego lub może być ona zasilana napięciem łuku. Wytwarza wtedy pole magnetyczne w obszarach zestyków komory gaszeniowej, które wraz z prądem łuku wywołuje dodatkową siłę napędzającą łuk elektryczny pojawiający się w tych obszarach.

Strefa 6 obejmuje elektromagnetyczny wyzwalacz zwarcia.

Strefa 7 stanowi napęd łącznika i w rozpatrywanym tu wariantcie będzie dotyczyła napędu elektromagnetycznego.

Wymienione wyżej oddziaływania były opisywane w większości książek poświęconych łącznikom elektrycznym – w jednych w formie skróconej [70÷74,125,127,128], a w innych szerzej [1,5,126]. Najszerzej omówiono problem w publikacjach [47,59], które wydane wiele lat temu, nie zdezaktualizowały się w części dotyczącej zagadnień fundamentalnych. W okresie ich wydania stanowiły one w Polsce bezcenne pozycje. Niestety nie zostały przetłumaczone na język polski. Stąd uzasadnione jest opisanie ich szerzej w niniejszej monografii, która poza tym aktualizuje szereg wyników badań i pokazuje zagadnienie wymienione w tytule w sposób kompleksowy, bo opisując stosowanie pakietów komputerowych, naświetla jednocześnie tło historyczne sposobów rozwiązywania danego zagadnienia.

Początkowo większość problemów traktowana była w sposób bardzo uproszczony. Przyjmowano proste modele, a procesy rozpatrywane były jako stacjonarne. Dlatego w monografii złożona analiza zjawisk elektrodynamicznych poprzedzona jest materiałem przeglądowym opracowań wcześniejszych, związanych z zagadnieniami kwazistacjonarnymi, stawianymi często np. przy rozważaniu niektórych przypadków ekstremalnych. Natomiast wszędzie tam w monografii, gdzie wymagany jest opis ruchu sprzężonych układów

elektromechanicznych wykorzystuje się najbardziej ogólny opis tego zjawiska – zasadę najmniejszego działania Hamiltona. Wynika ona z faktu, że chociaż formy przemiany energii są różne, to z uwagi na ich wzajemne powiązanie wspólną zasadą zachowania energii, można je przedstawiać w formie tego samego formalnego zapisu matematycznego. (Przykład zastosowania zasady Hamiltona do sformułowania modelu matematycznego elementu elektromechanicznego stycznika o ruchu posuwisto-zwrotnym podał Turowski [204]).

Zasada Hamiltona głosi, że dla układów bezstratnych ruch układu w czasie od t_1 do t_2 , między dwoma określonymi stanami, scharakteryzowanymi przez dwa zbiory wartości współrzędnych $q_i(t_1)$, $q_i(t_2)$, przebiega w ten sposób, że całka nazywana działaniem układu przybiera wartość minimalną:

$$I = \int_{t_1}^{t_2} L(q_i, \dot{q}_i, t) dt = \min \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1-1)$$

gdzie: $\dot{q}_i = \frac{dq}{dt}$, a funkcja podcałkowa:

$$L(q_i, \dot{q}_i, t) = T - V \quad (1-2)$$

nazywana jest funkcją stanu *Lagrange'a*, przy czym zakłada się tu, że własności mechaniczne układu określone są z jednej strony przez zadaną energię potencjalną układu $V(q_1, q_2, q_n; t)$, która jest funkcją współrzędnych q_i i czasu t , a z drugiej strony przez energię kinetyczną T tego układu, która jest funkcją n współrzędnych q_i , n prędkości \dot{q}_i , oraz czasu t .

Funkcja T ma formę kwadratową względem prędkości:

$$T = \sum_{i,k=1}^n P_{i,k}(q_i, \dots, q_n; t) \cdot \dot{q}_i \cdot \dot{q}_k \quad (1-3)$$

gdzie: q_1, q_2, \dots, q_n – parametry, określające stan układu o skończonej liczbie stopni swobody n .

Warunkiem koniecznym istnienia minimum całki (1-1), przy założeniu, że badany układ jest bezstratny wyraża równanie Eulera-Lagrange'a:

$$\frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (1-4)$$

Dla układu elektromechanicznego dyssypatywnego liniowego równanie Eulera-Lagrange'a przyjmuje postać:

$$\frac{\partial L}{\partial q_k} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_k} = -G_k \quad (k = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (1-5)$$

gdzie: $G_k = G_k(t)$ – siły więzów doprowadzone ze źródeł (np. napięcie wymuszające doprowadzone do układu lub siły mechaniczne), $F = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \cdot r_i \cdot \left(\dot{q}_i \right)^2$ – funkcja strat Rayleigha: ma ona wymiar mocy (r – rezystancja lub współczynnik tłumienia wskutek tarcia).

W przypadku układów nieliniowych, należy używać bardziej ogólnej definicji funkcji Lagrange'a:

$$L = T' - V,$$

przy czym:

$$T_k' = \int_{0, \dots, 0}^{\dot{q}_k, \dots, \dot{q}_n} p_k' \cdot \sum_{k=1}^n p_k(q_1, \dots, q_n; \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n; t) \cdot d\dot{q}_k' \quad (1-6)$$

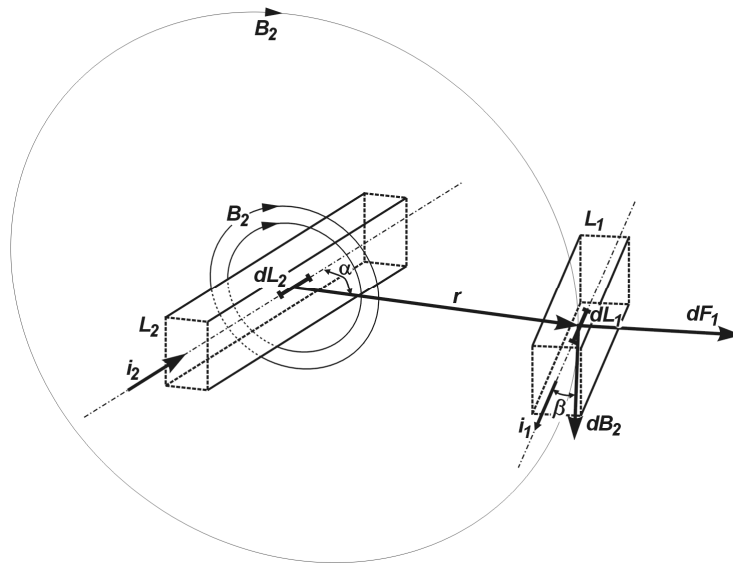
Znakiem „prim“ pod całką oznaczono zmienne całki, a wielkości bez „prim“ są granicami; p_k' – oznacza pęd uogólniony.

2. SIŁY ELEKTRODYNAMICZNE POCHODZĄCE OD DOPROWADZEŃ PRĄDU DO STYKÓW

2.1. Wstęp

Analizy pól elektromagnetycznych i sił oddziaływania elektrodynamicznego między jednowymiarowymi przewodami z prądem są od wielu lat bardzo szczegółowo przedstawiane w dużej liczbie publikacji z elektrotechniki teoretycznej, a przykłady ich wykorzystania w dziedzinie aparatów elektrycznych zawarte są w szeregu publikacji specjalistycznych. Zostaną one omówione tutaj w skrócie za Auem i in. [5], a następnie będą uzupełnione o wyniki ostatnich badań w celu uzyskania kompleksowego opisu całości zagadnienia.

Rozpatrywany jest układ przewodów jak na rys. 2.1 przy założeniu, że prądy i_1 oraz i_2 skupione są w osiach przewodów L_1 i L_2 . Wektor siły $d\mathbf{F}_1$, oddziaływującej na element dL_1 danego toru prądowego z prądem i_1 jest określony wzorem Lorentza (2-1):



Rys. 2.1. Oddziaływanie elektrodynamiczne elementów toru prądowego L_2 na elementy toru prądowego L_1

$$d\mathbf{F}_1 = i_1 \cdot [d\mathbf{L}_1 \times \mathbf{B}_2] \quad (2-1)$$

gdzie: $d\mathbf{L}_1$ jest wektorem o kierunku zgodnym z kierunkiem przepływu prądu, normalnym do powierzchni, przez którą płynie prąd, a \mathbf{B}_2 jest wektorem indukcji magnetycznej w miejscu elementu dL_1 przewodu jednowymiarowego wtedy, gdy

wartość prądu płynącego przez niego jest równa zero. Kierunek dL_1 jest zgodny z kierunkiem przepływu prądu i_1 przez ten element.

W celu obliczenia siły elementarnej dF_1 (2-1) należy wyznaczyć indukcję magnetyczną B_2 . Indukcję dB_2 , wywołaną przepływem prądu i_2 przez elementarną powierzchnię elementu dL_2 toru L_2 w odległości r oblicza się ze wzoru Biota-Savarta (2-2).

$$dB_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i_2}{r^2} \cdot [dL_2 \times r] = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{i_2}{r^3} \cdot \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ dL_{2x} & dL_{2y} & dL_{2z} \\ r_x & r_y & r_z \end{vmatrix} \quad (2-2)$$

Moduł indukcji magnetycznej dB_2 jest proporcjonalny do powierzchni równoległoboku tworzonego przez wektory dL_2 i r , tj.:

$$dB_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i_2}{r^2} \cdot \sin \alpha \, dL_2 \quad (2-3)$$

a jej kierunek wyznacza iloczyn wektorowy $[dL_2 \times r]$.

Całkowita indukcja wytwarzana przez prąd w torze L_2 w miejscu dL_1 będzie:

$$B_2 = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot i_2 \cdot \int_{L_2} \frac{\sin \alpha}{r^2} \cdot dL_2 \quad (2-4)$$

Moduł całkowitej siły działającej na odcinek toru L_1 (rys. 2.1) wyznacza powierzchnia utworzonego przez te wektory równoległoboku i ostatecznie oblicza się go ze wzoru:

$$\begin{aligned} F_1 &= i_1 \cdot \int_{L_1} B_2 \cdot \sin(\beta) \cdot dL_1 = \\ &= \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \iint \frac{\sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)}{r^2} \cdot dL_1 \cdot dL_2 \end{aligned} \quad (2-5)$$

Kierunek działania siły wyznacza iloczyn wektorowy $[dL_1 \times B_2]$, a jej moduł określa powierzchnia równoległoboku utworzonego przez te wektory.

2.2. Obliczenia sił elektrodynamicznych w układach torów prądowych modelowanych odcinkami nieskończenie cienkimi

W analizie sił elektrodynamicznych w łącznikach często wykonuje się obliczenia uproszczone, przyjmując do rozważań przypadek nieskończenie cienkich odcinków toru prądowego. Wtedy, gdy przewody znajdują się na płaszczyźnie XY można przyjąć, że $\beta = \pi / 2$, tj. $\sin \beta = 1$ oraz występuje tylko składowa

indukcji $d\mathbf{B}_2$ w osi z tj. dB_{2z} , a składowe dL_1 istnieją tylko w płaszczyźnie XY . Wzór (2-2) przyjmie wówczas postać:

$$\begin{aligned} d\mathbf{B}_2 = dB_{2z} &= \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{i_2}{r^3} \cdot \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ dL_{2x} & dL_{2y} & 0 \\ r_x & r_y & 0 \end{vmatrix} = \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i_2}{r^3} \cdot \mathbf{k} \cdot \begin{vmatrix} dL_{2x} & dL_{2y} \\ r_x & r_y \end{vmatrix} = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{i_2}{r^3} \cdot \mathbf{k} \cdot (r_y \cdot dL_{2x} - r_x \cdot dL_{2y}) \end{aligned} \quad (2-6)$$

Natomiast siłę elementarną $d\mathbf{F}$ można wyrazić wzorem:

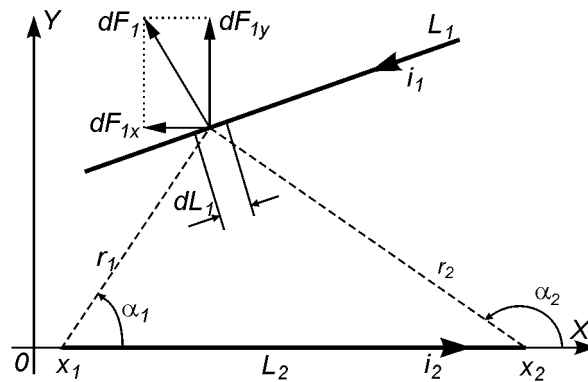
$$d\mathbf{F}_I = i_1 \cdot \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ dL_{1x} & dL_{1y} & 0 \\ 0 & 0 & B_{2z} \end{vmatrix} = i_1 \cdot (\mathbf{i} \cdot dL_{1y} - \mathbf{j} \cdot dL_{1x}) \cdot B_{2z} \quad (2-7)$$

Wartość siły całkowitej określa się w tym przypadku jako:

$$F_1 = \pm \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 i_2 \iint_{L_1 L_2} \frac{\sin \alpha}{r^2} dL_1 dL_2 \quad (2-8)$$

Znak siły wypadkowej wyznaczony jest kierunkami wektorów $d\mathbf{L}_1$ i $d\mathbf{L}_2$

W obliczeniach wygodnie jest zakładać, że tor przewodu L_2 jest prostoliniowy i skierowany wzdłuż osi X prostokątnego układu współrzędnych (rys. 2.2).



Rys. 2.2. Wyznaczenie oddziaływania elektrodynamicznego jednowymiarowych przewodów o skończonej długości z prądami i_1 oraz i_2 , leżących na płaszczyźnie OXY , przy czym jeden z przewodów leży na osi X

W takim przypadku $dL_{2y} = 0$ i w związku z tym indukcja w punkcie $A(x,y)$ skierowana jest wzdłuż osi Z i wyraża się wzorem:

$$dB_2 = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{i_2}{r^3} \cdot \begin{vmatrix} i & j & k \\ dL_{2x} & 0 & 0 \\ r_x & r_y & 0 \end{vmatrix} = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{i_2}{r^3} \cdot k \cdot r_y \cdot dL_{2x} = dB_{2z} \quad (2-9)$$

Ponieważ: $r_y = y = r \sin \alpha$; $r = \frac{y}{\sin \alpha}$ oraz $dL_{2x} = d\left(x - \frac{y}{\tan \alpha}\right) = \frac{y}{\sin^2 \alpha} d\alpha$

to
$$dB_2 = dB_{2z} = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{i_2}{y} \cdot \sin(\alpha) \cdot d\alpha \quad (2-10)$$

$$B_{2z} = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{i_2}{y} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin(\alpha) \cdot d\alpha = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot \frac{i_2}{y} \cdot (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) \quad (2-11)$$

W przypadku skończonej długości ΔL_2 toru prądowego L_2 (np. $\Delta L_2 = x_2 - x_1$) równanie na moduł składowej dF_{1y} siły elementarnej dF_1 działającej na element toru dL_1 w punkcie o współrzędnych (x, y) jest następujący:

$$dF_{1y} = \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 \cdot i_2 \cdot \frac{1}{y} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) ds_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 \cdot i_2 \cdot \frac{1}{y} \left(\frac{x - x_1}{r_1} + \frac{x_2 - x}{r_2} \right) dx \quad (2-12)$$

a składowej dF_{1x} :

$$dF_{1x} = -\frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \frac{1}{y} \left(\frac{x - x_1}{r_1} + \frac{x_2 - x}{r_2} \right) \cdot dy \quad (2-13)$$

gdzie: F_1 – moduł siły oddziaływania elektrodynamicznego przewodu L_2 na przewód L_1 , i_1, i_2 – prądy płynące odpowiednio w przewodach L_1 i L_2 , r – odległość elementu dL_1 przewodu L_1 od elementu dL_2 przewodu L_2 , α - kąt między elementem dL_2 przewodu L_2 , a prostą łączącą elementy dL_1 i dL_2 .

Moduł siły wypadkowej równa się:

$$F_1 = \sqrt{F_{1x}^2 + F_{1y}^2} \quad (2-14)$$

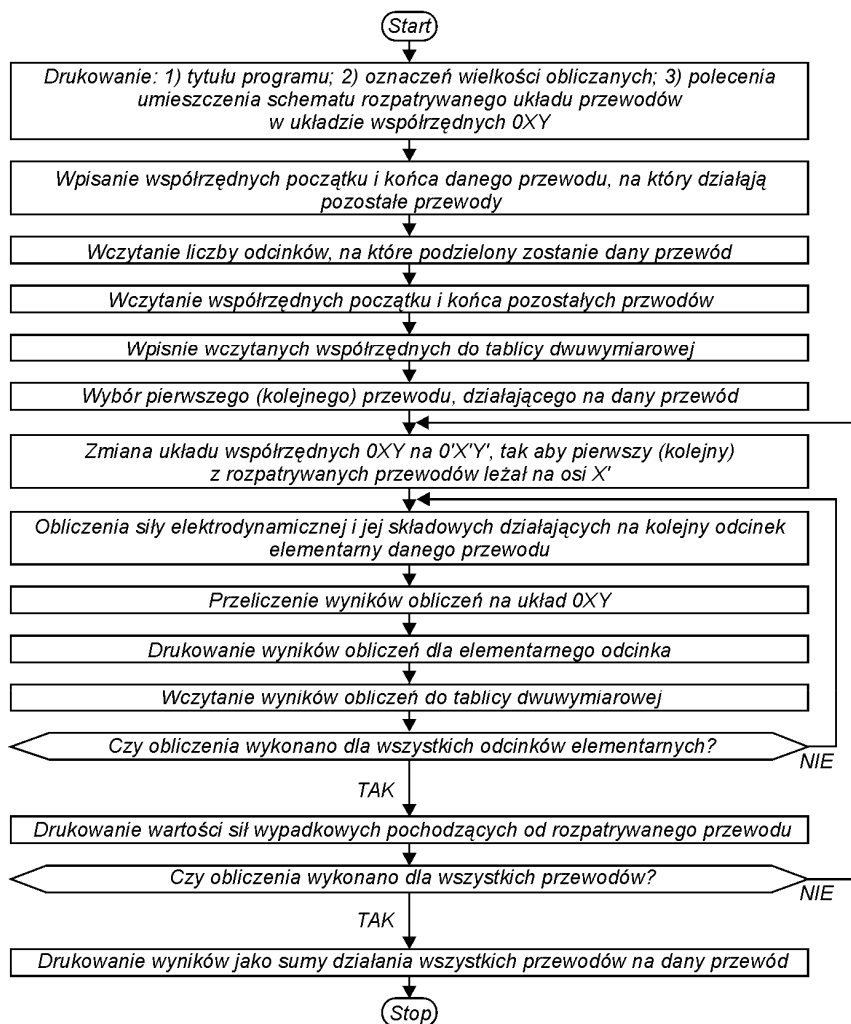
W przypadku wzajemnie równoległych torów prądowych, moment siły wypadkowej względem osi Z przechodzącej przez punkt o współrzędnych (x_0, a) , gdzie a jest odległością przewodów, a przewód L_2 leży na osi X , wynosi:

$$M_{zx_0} = \int_{L_1} (x - x_0) dF_1 \quad (2-15)$$

Odległość punktu przyłożenia siły wypadkowej do punktu, względem którego wyznaczono moment siły wypadkowej oblicza się ze wzoru:

$$L_{1,xy} - L_{1,0} = \frac{M_{z,L_1,0}}{F_1} \quad (2-16)$$

Na podstawie wzorów (2-12) ÷ (2-16) można zbudować prosty program komputerowy obliczeń sił oddziaływania elektrodynamicznego dwóch przewodów z prądem o skończonej długości, leżących w płaszczyźnie OXY . Algorytm takiego programu opracowanego w Instytucie Aparatów Elektrycznych Politechniki Łódzkiej [170] podano na rys. 2.3.



Rys. 2.3. Uproszczony schemat blokowy programu obliczania sił oddziaływania elektrodynamicznego prostoliniowych przewodów z prądem

Program ten, stosowany zarówno do rozwiązywania problemów naukowych (obliczenia sił elektrodynamicznych w torach prądowych oraz sił napędowych łuku elektrycznego w układach stykowo gaszeniowych) jak i dydaktycznych, przechodził modyfikacje, łącznie z uzupełnieniem niektórych jego fragmentów o wersję angielską w celu wykorzystania go w University of Strathclyde. Obecnie jest napisany w języku Pascal i nosi nazwę Siła. Wykorzystywany jest głównie w komputerach klasy IBM PC dla układu najwyżej 200 przewodów oddziaływujących jednocześnie na przewód badany. Graficzne zobrazowanie rozkładów sił wzdłuż przewodów realizowane jest jednocześnie dla 7 przewodów o największym obciążeniu, a maksymalnie dla 20 przewodów przy kolejnym dalszym obrazowaniu. Ograniczenie to wynika z warunków czytelności dwudziestu jednocześnie przedstawianych rysunków na ekranie monitora. Dla większej liczby przewodów można ich liczbę podzielić na zestawy analizowane oddzielnie a następnie dokonać kolejno ich wizualizacji.

2.2.1. Obliczenia sił elektrodynamicznych dla szczególnych przypadków torów prądowych

Pełny opis sił oddziaływania elektrodynamicznego układu wielu przewodów o przekroju prostokątnym pojawił się w roku 1986 [97]. Wcześniej w podręcznikach dotyczących aparatów elektrycznych można znaleźć wyprocedowania wzorów opisujące zjawiska elektrodynamiczne tylko dla wybranych przypadków szczególnych, które miały pomóc konstruktorom obliczać siły w procesie projektowania. Większość wzorów dotyczy przypadków upraszczania zagadnienia poprzez przyjmowanie jednowymiarowości przewodów i tak np., gdyby przewody L_1 i L_2 z rys. 2.2 były równoległe i odległe od siebie o y to istniałaby tylko jedna składowa siły elektrodynamicznej, wyliczana z równania (2 – 12). Przy założeniu, że jeden z torów prądowych (np. L_2) jest nieskończenie długi i $y = a$, siła wypadkowa działająca na drugi przewód L_1 o długości L wyrazi się wzorem:

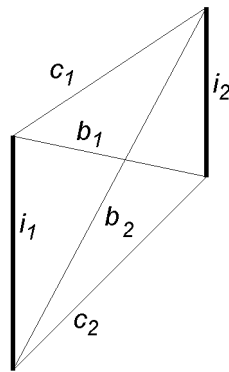
$$F_y = +\frac{\mu_0}{2\pi} i_1 \cdot i_2 \frac{L}{a} \quad [\text{N}] \quad (2-17)$$

gdzie w tym i w następnych wzorach w niniejszym punkcie prądy są podstawiane w amperach, a wymiary w metrach.

W przypadku skończonej długości obu torów prądowych o jednakowej długości L , umieszczonych naprzeciw siebie i odległych od siebie o a siłę oblicza się ze wzoru [71]:

$$F_y = +\frac{\mu_0}{2\pi} i_1 \cdot i_2 \frac{L}{a} \left[\sqrt{1 + \frac{a^2}{L^2}} - \frac{a}{L} \right] \quad [\text{N}] \quad (2-18)$$

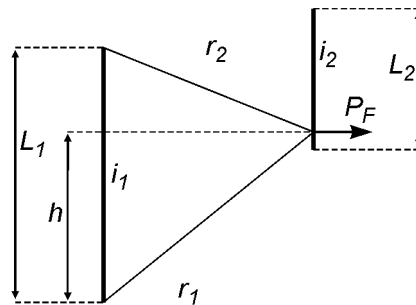
W przypadku dwóch równoległych nierównych sobie odcinków przewodów prostoliniowych z prądem, oddległych jeden od drugiego o a , (rys. 2.4) siłę oblicza się ze wzoru (2–19) [71]:



Rys. 2.4. Rysunek pomocniczy do wyznaczenia siły elektrodynamicznego oddziaływania dwóch równoległych nierównych sobie odcinków przewodów prostoliniowych oddległych od siebie o a

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \frac{(b_1 + b_2) - (c_1 + c_2)}{a} \quad [N] \quad (2-19)$$

Obciążenie elektrodynamiczne w tym przypadku (rys 2.5) można wyznaczyć ze wzoru (2–20) [71]:



Rys. 2.5. Rysunek pomocniczy do wyznaczenia obciążenia elektrodynamicznego dwóch równoległych nierównych sobie odcinków przewodów prostoliniowych

$$p_F = -\frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i_1 \cdot i_2}{a} \cdot \left(\frac{L_1 - h}{r_2} + \frac{h}{r_1} \right) \quad [N] \quad (2-20)$$

Dla przewodów prostopadłych istnieje też tylko jedna składowa np. F_x i oblicza się ją ze wzoru:

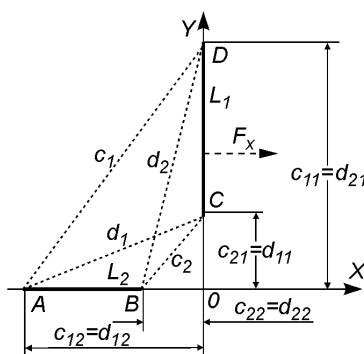
$$dF_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \frac{1}{y} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2) dy \quad [N]$$

W przypadku, gdy oba przewody L_1 oraz L_2 są do siebie prostopadłe i mają ograniczoną długość \overline{AB} i \overline{CD} (rys 2.6), wzór na siłę ma postać (2-21)[5]:

$$F_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \ln \frac{(d_1 + d_{12}) \cdot (d_2 + d_{22})}{(c_1 + c_{12}) \cdot (c_2 + c_{22})} \quad [N] \quad (2-21)$$

(oznaczenia jak na rys. 2.6).

Wzór (2-21) upraszcza się przy założeniu, że przewód L_2 rozciąga się od punktu B do nieskończoności. Wtedy otrzymuje się wzór (2-22):



Rys. 2.6. Rysunek pomocniczy do wyznaczenia obciążenia elektrodynamicznego dwóch prostopadłych nierównych sobie odcinków przewodów prostoliniowych

$$F_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \ln \frac{d_2 + d_{22}}{c_2 + c_{22}} \quad [N] \quad (2-22)$$

Gdy punkt B przewodu L_2 leży w początku układu współrzędnych, a punkt A dąży do nieskończoności, to wzór na omawianą siłę przyjmuje postać (2-23):

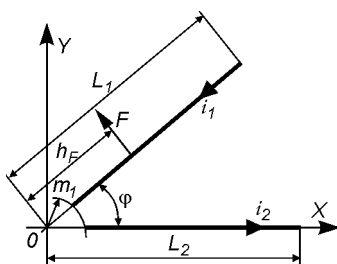
$$F_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \ln \frac{c_{21}}{c_{11}} \quad [N] \quad (2-23)$$

Przy założeniu, że w rozważanej konfiguracji przewodów punkt B pokrywa się z punktem C oraz oba przewody mają przekrój okrągły o promieniu r , autor [71] rozróżnia następujące przypadki obliczania sił elektrodynamicznych, działających na przewód \overline{AB} :

1. Gdy $\overline{CD} \gg \overline{AB}$ to dla $\overline{AB} \gg r$:

$$F_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot i^2 \cdot \ln \frac{\overline{AB}}{r} \quad [N] \quad (2-24)$$

W dziedzinie aparatów zastosowanie znalazł następujący wzór (2 – 28) dla przewodów o przekroju prostokątnym $b \times h$ (b – grubość przewodu) w przypadku, gdy stykające się przewody są skośne (rys. 2.8) [5,154]:



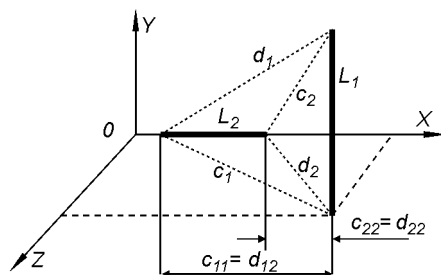
Rys. 2.8. Przypadek przewodów skośnych L_1 i L_2 stykających się ze sobą pod kątem ostrym

$$F = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \left\{ \frac{1}{\sin \varphi} \cdot \ln \left[\frac{1}{m_1} + \frac{(c+h) \cdot (b_1+k)}{(a_1+g) \cdot (e+d)} \right] + \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \ln \left[\frac{1}{m_1} - \frac{(b_1+j) \cdot (c+i)}{(e+d) \cdot (a_1+f)} \right] \right\} \quad [N] \quad (2-28)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} a_1 &= \sqrt{L_1^2 + L_2^2 - 2 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot \cos \varphi}; & e &= \sqrt{2 \cdot (1 - \cos \varphi)}; & i &= m_1 - L_2 \cdot \cos \varphi; \\ b_1 &= \sqrt{L_1^2 + m_1^2 - 2 \cdot L_1 \cdot m_1 \cdot \cos \varphi}; & f &= L_1 - L_2 \cdot \cos \varphi; & j &= L_1 - m_1 \cdot \cos \varphi; \\ c &= \sqrt{L_2^2 + m_1^2 - 2 \cdot L_2 \cdot m_1 \cdot \cos \varphi}; & g &= L_2 - L_1 \cdot \cos \varphi; & k &= m_1 - L_1 \cdot \cos \varphi; \\ d &= 1 - \cos \varphi; & h &= L_2 - m_1 \cdot \cos \varphi; & m_1 &= \frac{b}{2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}; \end{aligned}$$

W przypadku oddziaływania elektrodynamicznego między elementami torów prądowych biegunów łączników elektroenergetycznych wielobiegunowych ma się do czynienia z torami prądowymi przestrzennymi wzajemnie prostopadłymi. Dla torów o skończonej długości (rys. 2.9) można napisać wzór (2 – 29) na siłę wypadkową działającą na tor L_1 od przepływu prądu w torze L_2 [5,59].



Rys. 2.9. Układy prostokątnych torów prądowych L_1 i L_2 o skończonej długości leżących w różnych płaszczyznach

$$F_{1x} = \frac{\mu_0}{4 \cdot \pi} \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot k_{21} \quad (2-29)$$

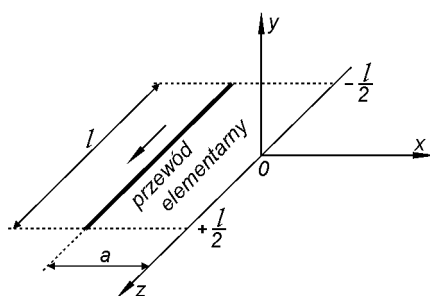
gdzie k_{21} :

$$k_{21} = \ln \frac{(d_1 + d_{12}) \cdot (d_2 + d_{22})}{(c_1 + c_{12}) \cdot (c_1 + c_{22})} \quad (2-30)$$

W publikacjach [5,71] podane są także wzory na momenty sił obliczone w większości omawianych tu przypadków.

Obliczenia dla jednowymiarowych torów prądowych w przestrzennych układach współrzędnych można też przeprowadzać, wykorzystując prace, np. [158] lub [108].

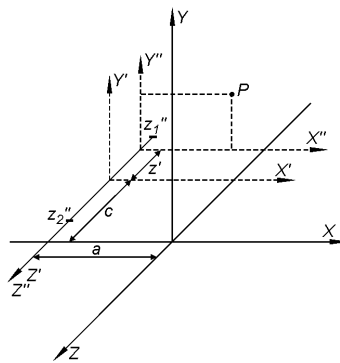
Sykulski w swej pracy doktorskiej [158] wyprowadził wzory na potencjał wektorowy elementarnego przewodu odosobnionego o skończonej długości umieszczonego w układzie współrzędnych, jak na rys. 2.10. W oparciu o równanie Poissona oraz transformacje Fouriera i funkcje Bessela otrzymał wzór (2-31):



Rys. 2.10. Samotny przewód elementarny w układzie współrzędnych OXY [158]

$$A_z(x, y, z) = \frac{\mu_0 \cdot I_m}{4 \cdot \pi} \ln \frac{\frac{l}{2} - z + \sqrt{\left(\frac{l}{2} - z\right)^2 + y^2 + (x+a)^2}}{-\frac{l}{2} - z + \sqrt{\left(\frac{l}{2} - z\right)^2 + y^2 + (x+a)^2}} \quad (2-31)$$

Wzór na potencjał wektorowy samotnego przewodu elementarnego (2-32) można też wyprowadzić bezpośrednio z prawa Biota-Savarta, korzystając z rysunku pomocniczego 2.11:

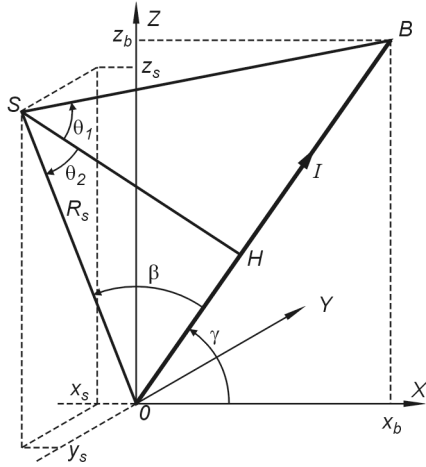


Rys. 2.11. Rysunek pomocniczy do wyznaczenia potencjału wektorowego w punkcie P [158]

$$A_z(x, y, z) = \frac{\mu_0 \cdot I_m}{4 \cdot \pi} \ln \frac{\frac{l}{2} - z + c \cdot \sqrt{\left(\frac{l}{2} - z\right)^2 + y^2 + (x+a)^2}}{-\frac{l}{2} - z + c \cdot \sqrt{\left(\frac{l}{2} - z\right)^2 + y^2 + (x+a)^2}} \quad (2-32)$$

W oparciu o wzory (2-31) i (2-32) Sykulski [158] opracował programy komputerowe do obliczania pól magnetycznych układu przewodów z prądem. Również z prawa Biota-Savarta korzystają autorzy [108], podając następujące wzory na indukcję magnetyczną przewodu z prądem umieszczonego w układzie współrzędnych OXYZ według rys. 2.12:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{4 \cdot \pi \cdot (SH)} (\sin \theta_1 + \sin \theta_2) \quad (2-33)$$



Rys. 2.12. Dane geometryczne do obliczania indukcji prostoliniowego przewodu elementarnego OB na płaszczyźnie OXY w punkcie S przestrzeni

$$\sin \theta_1 = \frac{(X_b - X_s) \cdot \cos \gamma + (Z_b - Z_s) \cdot \sin \gamma}{\left[\overline{SH}^2 + ((X_b - X_s) \cdot \cos \gamma + (Z_b - Z_s) \cdot \sin \gamma)^2 \right]^{0,5}} \quad (2-34)$$

$$\sin \theta_2 = \frac{X_s \cdot \cos \gamma + Z_s \cdot \sin \gamma}{R_s} \quad (2-35)$$

Składowe indukcji wyrażają się następującymi wzorami:

$$B_x = \alpha_1 \cdot B, \quad B_y = \alpha_2 \cdot B, \quad B_z = \alpha_3 \cdot B \quad (2-36)$$

gdzie:

$$\alpha_1 = \frac{-Y_s \cdot \sin \gamma}{D} \quad (2-37)$$

$$\alpha_2 = \frac{X_s \cdot \sin \gamma - Z_s \cdot \cos \gamma}{D} \quad (2-38)$$

$$\alpha_3 = \frac{-Y_s \cdot \cos \gamma}{D} \quad (2-39)$$

gdzie: $D = \left[R_s^2 - (X_s \cdot \cos \gamma + Z_s \cdot \sin \gamma)^2 \right]^{0,5}$

W przypadku, gdy element prądowy nie zaczyna się w punkcie zero i mieści się na płaszczyźnie (X, Y) , powyższe równania można użyć po zmianie układu współrzędnych. Osie nowego układu współrzędnych są równoległe w stosunku do osi poprzedniego układu, a więc współrzędne punktu S będą:

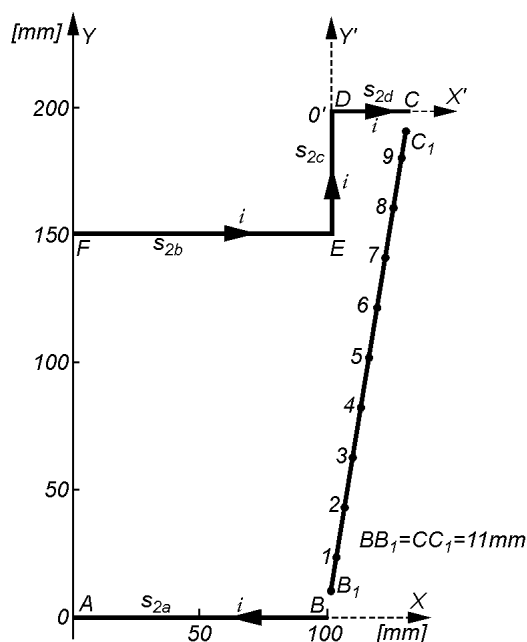
$(X_s - X_a, Y_s - Y_a, Z_s - Z_a)$. Stąd wynika zależność dla przypadku, gdy początek elementu prądowego ma współrzędne $(X_a, 0, Z_a)$, a jego koniec $(X_b, 0, Z_b)$:

$$R'_s = \left[(X_s - X_a)^2 + Y_s^2 + (Z_s - Z_a)^2 \right]^{0.5} \quad (2-40)$$

2.2.2. Obliczenia sił elektrodynamicznych dla torów prądowych wybranych łączników

Przed zastosowaniem programu komputerowego Siła, opisanego w p. 2.2, sprawdzono poprawność jego działania [170], rozwiązując za jego pomocą zadanie znane z literatury [5], obliczone tam metodą analityczno-graficzną. Wyznaczono mianowicie obciążenie elektrodynamiczne styku ruchomego B_1C_1 łącznika, którego tor prądowy stanowią odcinki s_{2a} , s_{2b} , s_{2c} , s_{2d} (rys. 2.13), gdy przez tor przepływa prąd zwarciaowy 50 kA.

Wyniki rozwiązania tego zadania za pomocą programu Siła przedstawia rysunek 2.14, na którym odcinek \overline{AB} odpowiada odcinkowi $\overline{B_1C_1}$ z rys. 2.13.

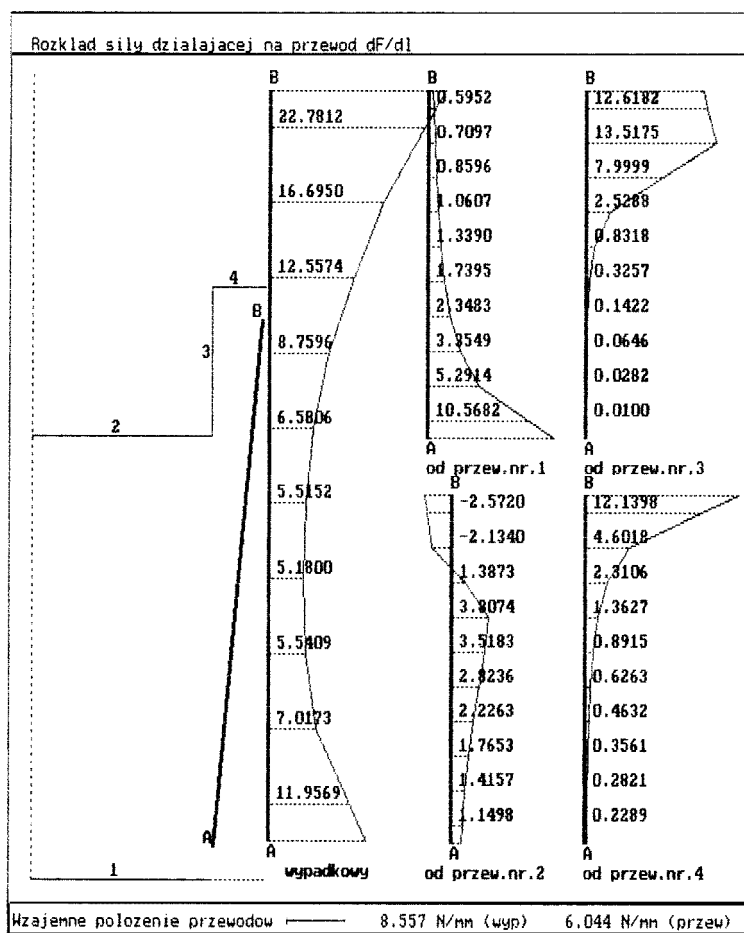


Rys. 2.13. Przykład ukształtowania toru prądowego składającego się z kilku przewodów s_2 oddziaływujących z przewodem B_1C_1 [5]

Porównując wyniki obliczeń, otrzymane tutaj za pomocą programu Siła z wynikami uzyskanymi w publikacji [5] za pomocą metody analityczno graficznej widać, że różnice są niewielkie i mogą wynikać nie tylko z innych metod obliczeń, ale także z trudności ustalenia punktów przyłożenia sił w miejscach identycznych z przyjętymi w pracy [5].

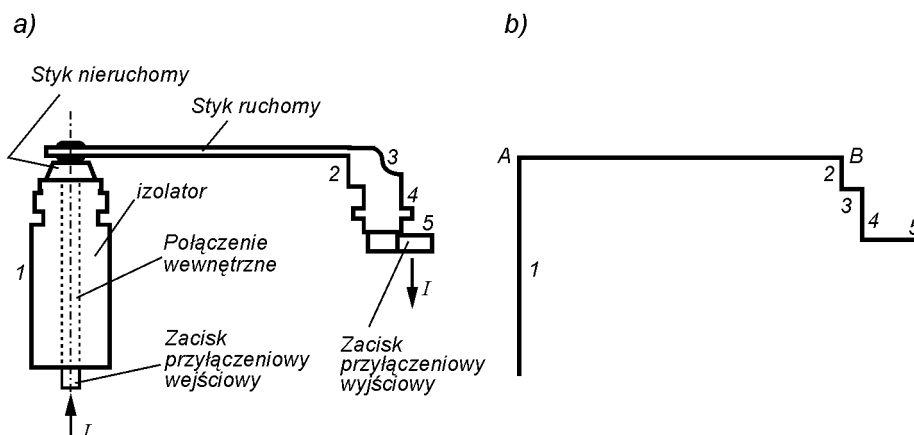
Wyniki obliczeń za pomocą prezentowanego tu programu są o 3 % mniejsze od wyników podanych w publikacji [5], gdy przyjmie się podział przewodu na 10 części i 0,9 % mniejsze, gdy przyjmie się podział na 200 części.

Program Siła wykorzystywany był wielokrotnie do obliczeń sił elektrodynamicznych występujących w torach prądowych różnych łączników, na przykład przełączników LCC 1 i LCC 2 oraz stycznika SC 200.



Rys. 2.14. Rozkład obciążenia elektrodynamicznego toru prądowego \overline{AB} , przy podziale tego toru na 10 odcinków

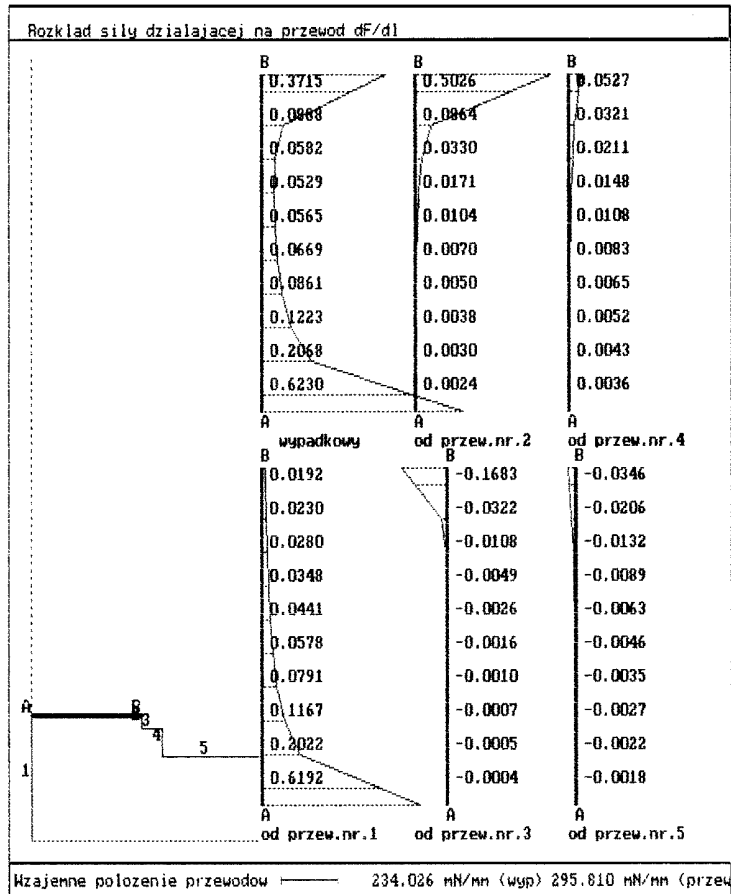
Przełącznik samochodowy typu LCC 1 (rys. 2.15a) zawodził w praktyce, bo następowało sczepienie styków przy prądach przetężeniowych. Obliczenia obciążeń elektrodynamicznych potwierdziły przypuszczenie, że przyczyną sczepienia jest odrzut styków wskutek pojawienia się siły elektrodynamicznej wynikającej z konfiguracji toru prądowego [198]. Obliczenia obciążenia



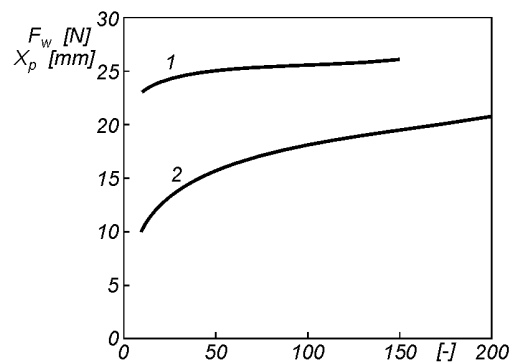
Rys. 2.15. a) Fragment przełącznika LCC 2 i b) odwzorowanie jego toru prądowego (1÷5 – wydzielone odcinki toru prądowego)

elektrodynamicznego styku ruchomego tego przełącznika wykonano po zamodelowaniu toru prądowego za pomocą układu jednowymiarowych odcinków prostoliniowych (1÷5) – rys. 2.15b. Wtedy, zakładając prąd przetężeniowy $i_m = 3\ 000\ \text{A}$ i podział rozważanego odcinka AB na 10 części, otrzymuje się wyniki obliczeń jak na rys. 2.16, a zwiększenia podziału odcinka na więcej części prowadzi do uzyskania większej wartości siły elektrodynamicznej i przesunięcia punktu przyłożenia siły (rys. 2.17).

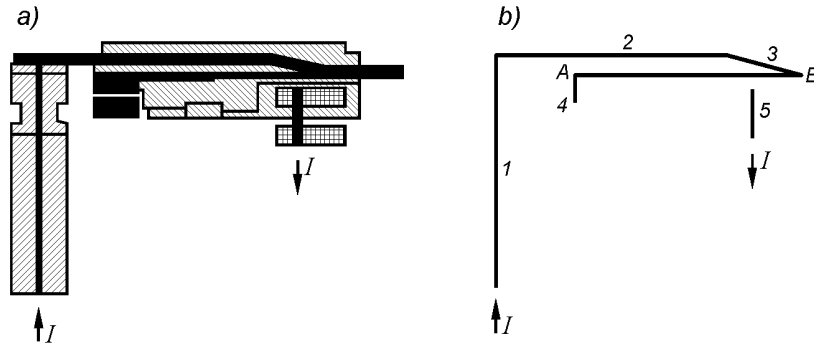
Z rozkładu obciążenia wynika, że pojawieniu się prądu przetężeniowego towarzyszy pojawienie się siły elektrodynamicznej, działającej w kierunku otwierania się styku. Jest to przykład rozwiązania, którego nie należy stosować. Należy projektować rozwiązania adynamiczne (np. takie jak np. w przełączniku LCC2 – rys. 2.18), w którym siła elektrodynamiczna pojawiająca się w czasie przepływu dużych prądów przetężeniowych będzie polepszała styczność styków. Obciążenie elektrodynamiczne toru prądowego przełącznika LCC 2 pokazano na rys. 2.19. Widać, że to rozwiązanie konstrukcyjne zapewnia działanie siły elektrodynamicznej w kierunku przeciwnym niż w poprzednim przypadku, co powinno polepszać warunki styczności.



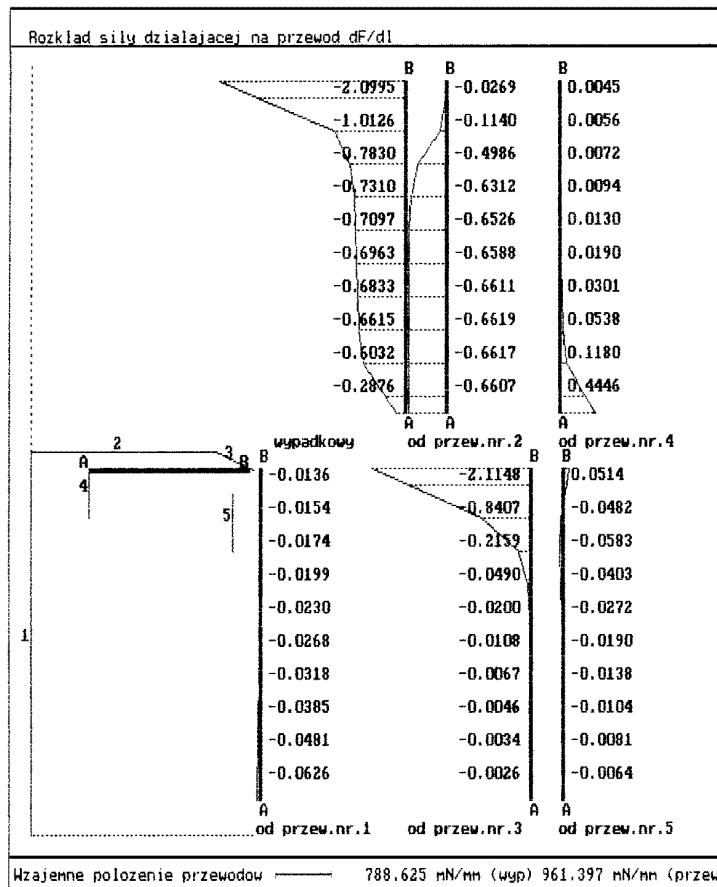
Rys. 2.16. Obciążenie elektrodynamiczne toru prądowego przekąznika LCC 1, przy podziale odcinka badanego na 10 części



Rys. 2.17. Zależność siły elektrodynamicznej F_w i przesunięcia x_p punktu przyłożenia siły od liczby odcinków, na który dzieli się rozważany przewód

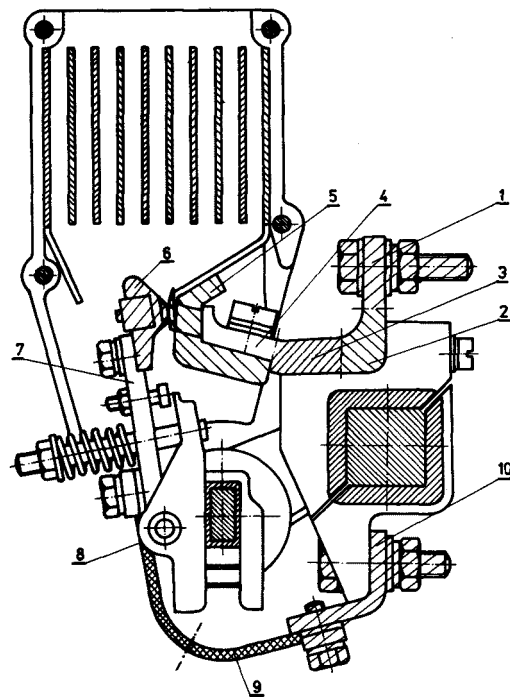


Rys. 2.18. a) Fragment przekąznika LCC 2 z zaznaczonym czarnymi liniami torem prądowym i b) model toru prądowego tego przekąznika w postaci jednolitego odcinka

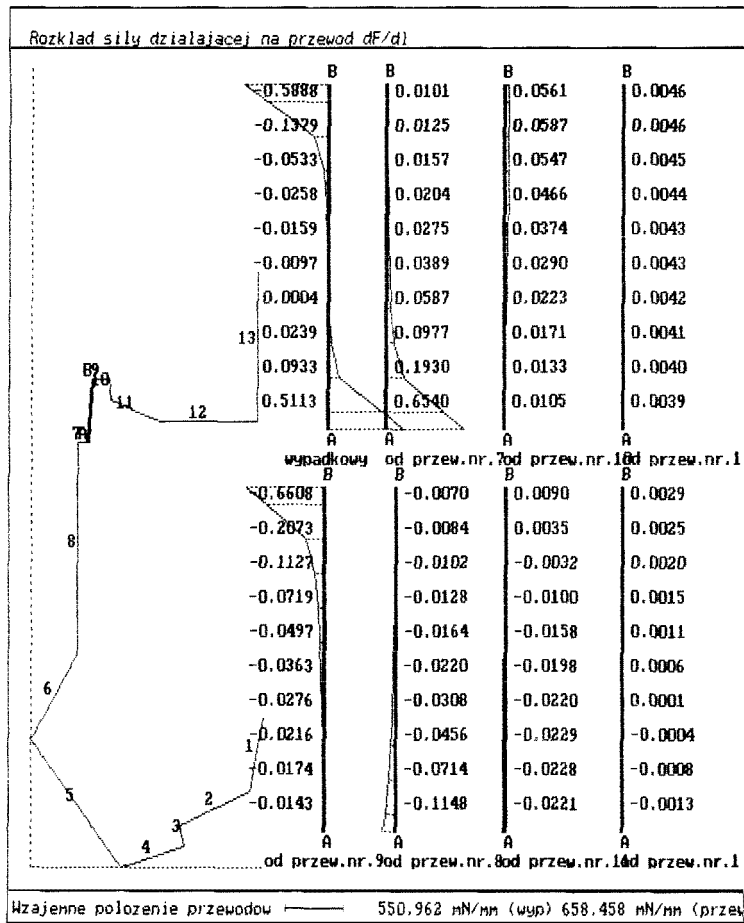


Rys. 2.19. Obciążenie elektrodynamiczne odcinków toru prądowego przekąznika LCC 2

Innym wykorzystaniem programu Siła było zastosowanie go do wyznaczenia obciążenia elektrodynamicznego styku ruchomego stycznika SC 200, wywołanego siłami oddziaływania z pozostałymi elementami toru prądowego, wiodącymi prąd przeciążeniowy 2 400 A. Przekrój stycznika SC 200 z zaznaczonymi elementami toru prądowego 1÷10 przedstawiono na rys. 2.20. Tor ten można zamodelować w postaci układu jednowymiarowych odcinków prostoliniowych w układzie współrzędnych prostokątnych OXY na różne sposoby. Wyniki obliczeń dla wybranego modelu podane są na rysunku 2.21.



Rys. 2.20. Przekrój stycznika SC 200 z zaznaczonymi elementami toru prądowego 1÷10



Rys. 2.21. Obciążenie elektrodynamiczne odcinków toru prądowego stycznika SC 200 dla wybranego sposobu odwzorowania tego toru

2.3. Obliczenia sił elektrodynamicznych przy uwzględnieniu profili torów prądowych

2.3.1. Przypadek torów prądowych nieskończenie długich

Przedstawiony w poprzednim punkcie sposób obliczania pola magnetycznego wywołanego przepływem prądu w przewodzie prostokątnym przy założeniu, że prąd skupiony jest w centrum przewodu w postaci jednej nitki prądowej, daje duże błędy obliczeń w niewielkich odległościach od przewodu. Dla zmniejszenia tych błędów w przypadku przewodów prostokątnych równoległych początkowo powszechnie stosowano wzory Dwighta. Próbowano też je zmniejszać przesuwając nitkę prądową z centrum przewodu w inne miejsce, ale nie dawało to zadawala-